

Przychodzi biolog do matematyka, czyli krótko o biomatematyce

Sebastian Haratyk

9 października 2015

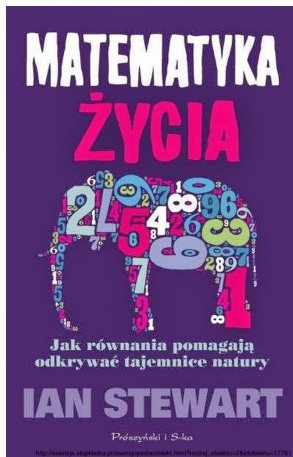
Biomatematyka? Co to takiego?

Biomatematyka? Co to takiego?

Biomatematyka jest dziedziną z pogranicza biologii i matematyki, zajmującą się rozwojem metod matematycznych na potrzeby biologii i zastosowaniem matematyki do badań biologicznych.

Biomatematyka? Co to takiego?

Biomatematyka jest dziedziną z pogranicza biologii i matematyki, zajmującą się rozwojem metod matematycznych na potrzeby biologii i zastosowaniem matematyki do badań biologicznych.



Modele matematyczne

Modele matematyczne są abstrakcyjnymi bytami opisanymi przy pomocy matematyki służącymi do odzwierciedlenia otaczającego nas świata i zachodzących w nim zjawisk, a także przewidywania zachowań układów w przyszłości.

Modele matematyczne są abstrakcyjnymi bytami opisanymi przy pomocy matematyki służącymi do odzwierciedlenia otaczającego nas świata i zachodzących w nim zjawisk, a także przewidywania zachowań układów w przyszłości.

W większości przypadków nie jesteśmy w stanie odzwierciedlić rzeczywistości w idealny sposób.

Modele epidemiologiczne

Epidemia

Modele epidemiologiczne

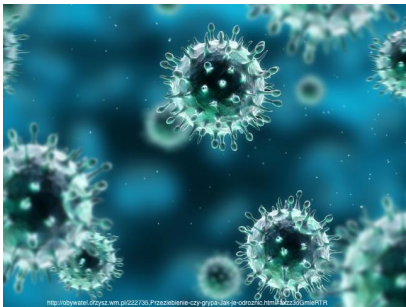
Epidemia

Od wielu stuleci **epidemie** , czyli wystąpienia u ludzi zachorowań na określoną chorobę w określonym czasie i na określonym terenie w liczbie przypadków większej niż przeciętnie, skutecznie zmniejszają liczbę ludności na świecie.

Modele epidemiologiczne

Epidemia

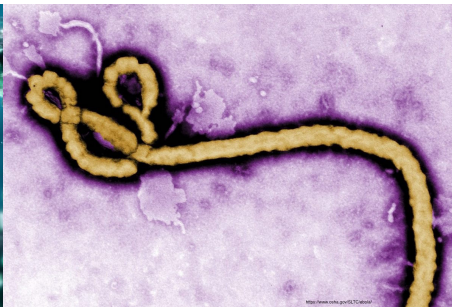
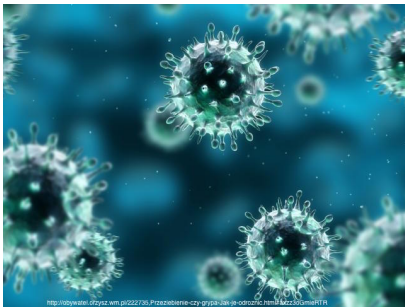
Od wielu stuleci **epidemie** , czyli wystąpienia u ludzi zachorowań na określoną chorobę w określonym czasie i na określonym terenie w liczbie przypadków większej niż przeciętnie, skutecznie zmniejszają liczbę ludności na świecie.



Modele epidemiologiczne

Epidemia

Od wielu stuleci **epidemie** , czyli wystąpienia u ludzi zachorowań na określoną chorobę w określonym czasie i na określonym terenie w liczbie przypadków większej niż przeciętnie, skutecznie zmniejszają liczbę ludności na świecie.



Modele epidemiologiczne

Modele SIR i SIS

Modele epidemiologiczne

Modele SIR i SIS

W modelach SIR i SIS całą populację N dzieli się na następujące trzy grupy:

Modele epidemiologiczne

Modele SIR i SIS

W modelach SIR i SIS całą populację N dzieli się na następujące trzy grupy:

- S - (ang. susceptible) grupa osobników zdrowych i podatnych na infekcję;

Modele epidemiologiczne

Modele SIR i SIS

W modelach SIR i SIS całą populację N dzieli się na następujące trzy grupy:

- S - (ang. susceptible) grupa osobników zdrowych i podatnych na infekcję;
- I - (ang. infected) grupa osobników zainfekowanych;

Modele epidemiologiczne

Modele SIR i SIS

W modelach SIR i SIS całą populację N dzieli się na następujące trzy grupy:

- S - (ang. susceptible) grupa osobników zdrowych i podatnych na infekcję;
- I - (ang. infected) grupa osobników zainfekowanych;
- R - (ang. resistant) grupa osobników odpornych na infekcję.

Modele epidemiologiczne

Modele SIR i SIS

W modelach SIR i SIS całą populację N dzieli się na następujące trzy grupy:

- S - (ang. susceptible) grupa osobników zdrowych i podatnych na infekcję;
- I - (ang. infected) grupa osobników zainfekowanych;
- R - (ang. resistant) grupa osobników odpornych na infekcję.

Modele populacyjne

Modele ekologii matematycznej

Modele populacyjne

Modele ekologii matematycznej

Modele ekologii matematycznej, w tym najpopularniejsze z nich, czyli model Bevertona-Holta i model Rickera, służą do przewidywania liczebności populacji w przyszłości.

Modele populacyjne

Modele ekologii matematycznej

Modele ekologii matematycznej, w tym najpopularniejsze z nich, czyli model Bevertona-Holta i model Rickera, służą do przewidywania liczebności populacji w przyszłości. Opierają się one m.in. na następującym równaniu

Modele populacyjne

Modele ekologii matematycznej

Modele ekologii matematycznej, w tym najpopularniejsze z nich, czyli model Bevertona-Holta i model Rickera, służą do przewidywania liczebności populacji w przyszłości. Opierają się one m.in. na następującym równaniu

$$N_{n+1} = N_n + B_n - D_n - E_n + I_n,$$

gdzie:

Modele populacyjne

Modele ekologii matematycznej

Modele ekologii matematycznej, w tym najpopularniejsze z nich, czyli model Bevertona-Holta i model Rickera, służą do przewidywania liczebności populacji w przyszłości. Opierają się one m.in. na następującym równaniu

$$N_{n+1} = N_n + B_n - D_n - E_n + I_n,$$

gdzie:

- N_n - liczebność populacji w momencie t_n ;

Modele populacyjne

Modele ekologii matematycznej

Modele ekologii matematycznej, w tym najpopularniejsze z nich, czyli model Bevertona-Holta i model Rickera, służą do przewidywania liczebności populacji w przyszłości. Opierają się one m.in. na następującym równaniu

$$N_{n+1} = N_n + B_n - D_n - E_n + I_n,$$

gdzie:

- N_n - liczebność populacji w momencie t_n ;
- B_n - liczba osobników nowonarodzonych w okresie $(t_n, t_{n+1}]$;

Modele populacyjne

Modele ekologii matematycznej

Modele ekologii matematycznej, w tym najpopularniejsze z nich, czyli model Bevertona-Holta i model Rickera, służą do przewidywania liczebności populacji w przyszłości. Opierają się one m.in. na następującym równaniu

$$N_{n+1} = N_n + B_n - D_n - E_n + I_n,$$

gdzie:

- N_n - liczebność populacji w momencie t_n ;
- B_n - liczba osobników nowonarodzonych w okresie $(t_n, t_{n+1}]$;
- D_n - liczba osobników, którzy nie przeżyli danego okresu;

Modele populacyjne

Modele ekologii matematycznej

Modele ekologii matematycznej, w tym najpopularniejsze z nich, czyli model Bevertona-Holta i model Ricker'a, służą do przewidywania liczebności populacji w przyszłości. Opierają się one m.in. na następującym równaniu

$$N_{n+1} = N_n + B_n - D_n - E_n + I_n,$$

gdzie:

- N_n - liczebność populacji w momencie t_n ;
- B_n - liczba osobników nowonarodzonych w okresie $(t_n, t_{n+1}]$;
- D_n - liczba osobników, którzy nie przeżyli danego okresu;
- E_n - liczba emigrantów w danym okresie;

Modele populacyjne

Modele ekologii matematycznej

Modele ekologii matematycznej, w tym najpopularniejsze z nich, czyli model Bevertona-Holta i model Ricker'a, służą do przewidywania liczebności populacji w przyszłości. Opierają się one m.in. na następującym równaniu

$$N_{n+1} = N_n + B_n - D_n - E_n + I_n,$$

gdzie:

- N_n - liczebność populacji w momencie t_n ;
- B_n - liczba osobników nowonarodzonych w okresie $(t_n, t_{n+1}]$;
- D_n - liczba osobników, którzy nie przeżyli danego okresu;
- E_n - liczba emigrantów w danym okresie;
- I_n - liczba imigrantów w danym okresie.

Modele populacyjne

Modele typu drapieżnik - ofiara

Modele populacyjne

Modele typu drapieżnik - ofiara

Modele te mają na celu zbadanie zależności między dwoma gatunkami lub populacjami zależnymi od siebie - jedna stanowi pożywienie dla drugiej.

Modele populacyjne

Modele typu drapieżnik - ofiara

Modele te mają na celu zbadanie zależności między dwoma gatunkami lub populacjami zależnymi od siebie - jedna stanowi pożywienie dla drugiej.



Modele populacyjne

Modele typu drapieżnik - ofiara

Modele te mają na celu zbadanie zależności między dwoma gatunkami lub populacjami zależnymi od siebie - jedna stanowi pożywienie dla drugiej.



Modele populacyjne

Modele typu drapieżnik - ofiara

Modele te mają na celu zbadanie zależności między dwoma gatunkami lub populacjami zależnymi od siebie - jedna stanowi pożywienie dla drugiej.



Najbardziej znanym z modeli typu drapieżnik - ofiara jest model Lotki-Volterry.

Modele populacyjne

Modele populacji planktonu

Plankton

Planktonem nazywamy ogół najczęściej drobnych organizmów wodnych, unoszących się biernie z falami i prądami w toni (prześwietlonej strefie) oceanów, mórz i wód słodkich.

Modele populacyjne

Modele populacji planktonu

Plankton

Planktonem nazywamy ogół najczęściej drobnych organizmów wodnych, unoszących się biernie z falami i prądami w toni (prześwietlonej strefie) oceanów, mórz i wód słodkich.

W skład planktonu wchodzi bakterie, organizmy zwierzęce oraz rośliny. Skład gatunkowy, zagęszczenie, rozsiedlenie planktonu zależą głównie od temperatury, żyzności i stopnia zasolenia wód. Plankton ma podstawowe znaczenie dla przepływu materii i energii w zbiornikach wodnych. Stanowi podstawowy pokarm dla wielu gatunków.

Modele populacyjne

Modele populacji planktonu

Modele populacyjne

Modele populacji planktonu

Modele populacyjne

Modele populacji planktonu

Plankton możemy podzielić na:

Modele populacyjne

Modele populacji planktonu

Plankton możemy podzielić na:

- Fitoplankton (plankton roślinny)

Modele populacyjne

Modele populacji planktonu

Plankton możemy podzielić na:

- Fitoplankton (plankton roślinny)
- Zooplankton (plankton zwierzęcy)

Modele populacyjne

Modele populacji planktonu

Plankton możemy podzielić na:

- Fitoplankton (plankton roślinny)
- Zooplankton (plankton zwierzęcy)
- Bakterioplankton (plankton bakteryjny)

Modele populacyjne

Modele populacji planktonu

Plankton możemy podzielić na:

- Fitoplankton (plankton roślinny)
- Zooplankton (plankton zwierzęcy)
- Bakterioplankton (plankton bakteryjny)



Modele populacyjne

Modele populacji planktonu

Plankton możemy podzielić na:

- Fitoplankton (plankton roślinny)
- Zooplankton (plankton zwierzęcy)
- Bakterioplankton (plankton bakteryjny)



Modele populacyjne

Modele typu NPZ

Modele populacyjne

Modele typu NPZ

J.H. Steele and E. W. Henderson (1981) : *A simple plankton model* , The American Naturalist, **Vol. 117**, 676-691

Modele populacyjne

Modele typu NPZ

J.H. Steele and E. W. Henderson (1981) : *A simple plankton model* , The American Naturalist, **Vol. 117**, 676-691

$$\frac{dN}{dt} = -\text{wchłonięcie} + \text{wydalanie} + \text{dodany } N,$$

$$\frac{dP}{dt} = \text{przyrost}(P) - \text{spożycie} - \text{utonięcie} - \text{wymieszanie},$$

$$\frac{dZ}{dt} = \text{przyrost}(Z) - \text{drapieżnictwo}.$$

Modele populacyjne

Model typu PZ

Modele populacyjne

Model typu PZ

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \beta P(1 - \frac{P}{K}) - \frac{P}{P+1}Z \\ \frac{dZ}{dt} = \gamma \frac{P}{P+1}Z - \delta Z, \end{cases}$$

Modele populacyjne

Model typu PZ

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \beta P(1 - \frac{P}{K}) - \frac{P}{P+1}Z \\ \frac{dZ}{dt} = \gamma \frac{P}{P+1}Z - \delta Z, \end{cases}$$

gdzie

- K - współczynnik pojemności środowiska,

Modele populacyjne

Model typu PZ

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \beta P(1 - \frac{P}{K}) - \frac{P}{P+1}Z \\ \frac{dZ}{dt} = \gamma \frac{P}{P+1}Z - \delta Z, \end{cases}$$

gdzie

- K - współczynnik pojemności środowiska,
- β - współczynnik rozrodczości fitoplanktonu,

Modele populacyjne

Model typu PZ

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \beta P \left(1 - \frac{P}{K}\right) - \frac{P}{P+1} Z \\ \frac{dZ}{dt} = \gamma \frac{P}{P+1} Z - \delta Z, \end{cases}$$

gdzie

- K - współczynnik pojemności środowiska,
- β - współczynnik rozrodczości fitoplanktonu,
- δ - współczynnik śmiertelności zooplanktonu,

Modele populacyjne

Model typu PZ

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \beta P \left(1 - \frac{P}{K}\right) - \frac{P}{P+1} Z \\ \frac{dZ}{dt} = \gamma \frac{P}{P+1} Z - \delta Z, \end{cases}$$

gdzie

- K - współczynnik pojemności środowiska,
- β - współczynnik rozrodczości fitoplanktonu,
- δ - współczynnik śmiertelności zooplanktonu,
- γ - współczynnik rozrostu zooplanktonu.

Modele populacyjne

Model typu PZ

Modele populacyjne

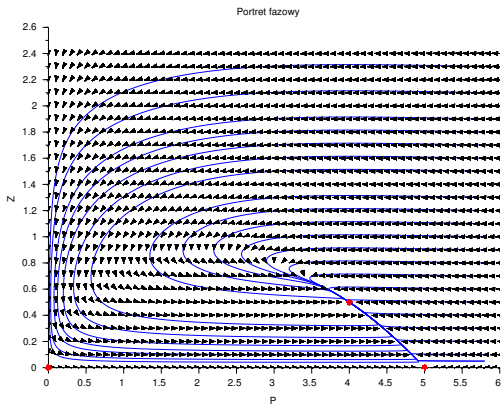
Model typu PZ

- Jeśli $\gamma \in (\frac{\delta(K+1)}{K}, \frac{\delta(K+1)}{K-1})$, to ilość fito- i zooplanktonu w ekosystemie dąży do punktu krytycznego o dodatnich współrzędnych - warunki koegzystencji.

Modele populacyjne

Model typu PZ

- Jeśli $\gamma \in (\frac{\delta(K+1)}{K}, \frac{\delta(K+1)}{K-1})$, to ilość fito- i zooplanktonu w ekosystemie dąży do punktu krytycznego o dodatnich współrzędnych - warunki koegzystencji.



$$\beta = 0.5, \delta = 0.2, \gamma = 0.35, K = 5$$

Modele populacyjne

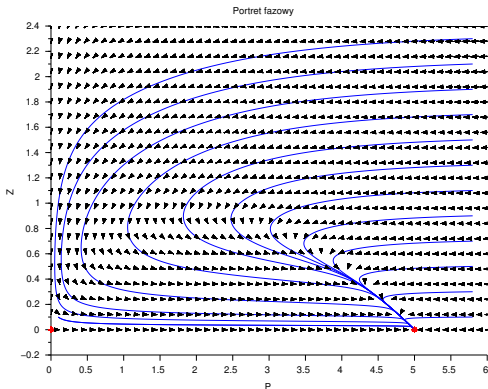
Model typu PZ

- Jeżeli $\gamma < \frac{\delta(K+1)}{K}$, to po pewnym czasie cała populacja zooplanktonu wyginie, natomiast populacja fitoplanktonu ustabilizuje się na poziomie współczynnika pojemności środowiska K .

Modele populacyjne

Model typu PZ

- Jeżeli $\gamma < \frac{\delta(K+1)}{K}$, to po pewnym czasie cała populacja zooplanktonu wyginie, natomiast populacja fitoplanktonu ustabilizuje się na poziomie współczynnika pojemności środowiska K .



$$\beta = 0.5, \delta = 0.2, \gamma = 0.21, K = 5$$

Modele populacyjne

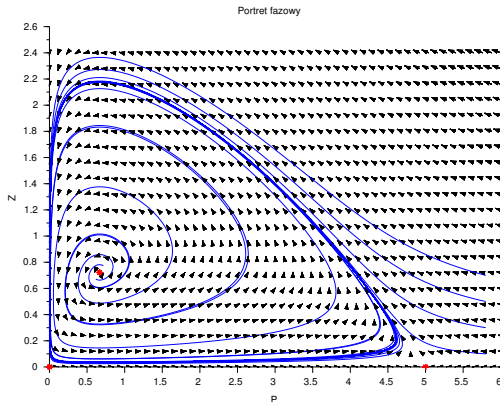
Model typu PZ

- Jeśli $\gamma > \frac{\delta(K+1)}{K-1}$, to ilości poszczególnych populacji naszego ekosystemu będą oscylować w czasie - również warunki koegzystencji.

Modele populacyjne

Model typu PZ

- Jeśli $\gamma > \frac{\delta(K+1)}{K-1}$, to ilości poszczególnych populacji naszego ekosystemu będą oscylować w czasie - również warunki koegzystencji.



$$\beta = 0.5, \delta = 0.2, \gamma = 0.5, K = 5$$

Czy to tyle?

Czy to tyle?

Oczywiście biomatematyka zajmuje się jeszcze wieloma zagadnieniami, dla przykładu mamy:

Czy to tyle?

Oczywiście biomatematyka zajmuje się jeszcze wieloma zagadnieniami, dla przykładu mamy:

- modele anemii;

Czy to tyle?

Oczywiście biomatematyka zajmuje się jeszcze wieloma zagadnieniami, dla przykładu mamy:

- modele anemii;
- modele działania i skutków zażywania paracetamolu;

Oczywiście biomatematyka zajmuje się jeszcze wieloma zagadnieniami, dla przykładu mamy:

- modele anemii;
- modele działania i skutków zażywania paracetamolu;
- jak znaleźć zmutowane geny odpowiadające za daną chorobę;

Oczywiście biomatematyka zajmuje się jeszcze wieloma zagadnieniami, dla przykładu mamy:

- modele anemii;
- modele działania i skutków zażywania paracetamolu;
- jak znaleźć zmutowane geny odpowiadające za daną chorobę;
- badanie rozrostu komórek;

Oczywiście biomatematyka zajmuje się jeszcze wieloma zagadnieniami, dla przykładu mamy:

- modele anemii;
- modele działania i skutków zażywania paracetamolu;
- jak znaleźć zmutowane geny odpowiadające za daną chorobę;
- badanie rozrostu komórek;
- wiele innych o których referent zapomniał lub jeszcze nie słyszał.

Oczywiście biomatematyka zajmuje się jeszcze wieloma zagadnieniami, dla przykładu mamy:

- modele anemii;
- modele działania i skutków zażywania paracetamolu;
- jak znaleźć zmutowane geny odpowiadające za daną chorobę;
- badanie rozrostu komórek;
- wiele innych o których referent zapomniał lub jeszcze nie słyszał.

-  K. Starmach, S. Wróbel, K. Pasternak, *Hydrobiologia : limnologia*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1976
-  <http://encyklopedia.pwn.pl/haslo/plankton;3957946.html>
-  <http://encyklopedia.pwn.pl/haslo/epidemia;3898232.html>
-  Scilab Enterprises, *Scilab: Free and Open Source software for numerical computation*, Scilab Enterprises, Orsay, France, 2012, <http://www.scilab.org>
-  <https://pl.wikipedia.org/wiki/Biomatematyka>
-  R. Rudnicki, *Dynamika populacyjna*, http://www.mimuw.edu.pl/~biolmat/Dynam_po.pdf
-  U. Foryś, *Matematyka w biologii*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 2005

